AMERINDIA n°13, 1988

sémantique de la mise en signes du nombre : une vision ordinale

André CAUTY

C. N. R. S.

Le problème de la numération.

La numérotation est "l'art de prononcer ou d'estimer un nombre quelconque". C'est l'art de mettre en signes les conceptualisations numériques. Sauf exception, cet art ne se développe pas pour lui-même, mais en tant qu'outil au service d'une pratique : un outil que la pensée se forge pour résoudre les problèmes d'une science, la science des nombres et des mesures.

Le problème posé est complexe.

Il s'agit, en effet, d'une part, de saisir et organiser un domaine d'expérience particulier (le quantitatif) et, d'autre part, de se donner les moyens de distinguer et de nommer les entités de ce domaine ainsi que de décrire leurs propriétés et leurs comportements. De plus, ce problème est original puisque l'ensemble des nombres est infini.

En termes de tâche, il s'agit :

a) de circonscrire dans le champ de l'expérience un domaine, celui du quantitatif, et plus précisément celui du numérique,

b) de dégager la notion de nombre entier,

c) de construire un système de signes qui permette la saisie recurrente de l'infinité des nombres, ou, tout au moins, de nommer n'importe quel nombre jusqu'à une limite arbitraire convenable.

La première tâche renvoie à une opération qualitative qui consiste surtout à distinguer le discret en l'opposant au continu et au discrétisable. C'est une tâche que nous qualifions d'oppositive.

La deuxième tâche est encore qualitative. Elle relève de l'abstraction et consiste surtout à dégager le nombre de déterminations qualitatives qui affectent les entités dénombrées. Nous disons que c'est une tâche abstractive.

Dans notre exposé nous n'étudierons pas ces aspects qualitatifs.

La troisième tâche constitue à proprement parler le problème fondamental de la numération : "Comment former une représentation d'un nombre quelconque?". Il s'agit d'une tâche constructive.

Le problème de la numération peut être illustré de la manière suivante :

Imaginons un très jeune enfant supposé capable de reconnaître et de nommer les seuls nombres un, deux, et cinq ; et admettons qu'il se propose de nommer trois, nombre pour lequel il ne dispose encore d'aucune représentation autre que conceptuelle. Le problème de cet enfant consiste à mettre en signes ce nombre trois déjà conceptualisé mais encore incommunicable.

De manière plus générale, le problème fondamental de la numération se pose de la manière suivante :

a) le sujet connaît le nom de tous les nombres jusqu'à une certaine limite A,

b) éventuellement, un nombre B strictement plus grand que A, est conceptualisé et le sujet est capable de le nommer (ne serait-ce que par l'expression "beaucoup"),

c) un nombre x, strictement compris entre A et B, est conceptualisé et le sujet ne dispose d'aucune représentation linguistique pour le désigner.

Résoudre le problème de la numération consiste à mettre en signes les nombres tels que x.

1. Deux solutions extrêmes.

Une solution immédiate se présente à l'esprit : inventer un signe nouveau pour nommer le nombre x. C'est la solution lexicale (ou iconique).

Cette opération se réalise hors conceptualisation, de la même manière que l'attribution d'un nom propre auto-référent, c'est-à-dire sans analyse (ou réduction sélective) du référent, sans qu'il soit nécessaire de mettre en relation le nombre nouveau et les nombres antérieurement acquis. Les passages du référent au signe et du signe au référent sont immédiats, comme dans le cas du signal "substitut, symbolique ou non, d'un objet : il entretient un rapport direct avec l'objet qu'il représente" (Culioli et Desclés, 1979: 23). L'immédiateté du lien unissant le référent au signe limite l'autonomie de ce dernier et ses occurrences ne sont généralement pas détachables des situations qui en déclenchent l'apparition.

C'est le cas chaque fois que la signification numérique d'une expression ne peut être saisie que globalement. Par exemple lorsque le signe utilisé n'est pas motivé (ou que sa motivation n'est plus perceptible), ou lorsqu'une métaphore ou une métonymie est mise en oeuvre et que l'expression résultante est constituée de "termes concrets impliquant directement l'idée de nombre" (Ifrah, 1981: 35).

Toutes ces solutions présentent l'avantage d'être peu coûteuses tant au point de vue de l'apprentissage que de celui de la communication. Elles présentent par contre l'inconvénient de n'offrir qu'une capacité générative nécessairement limitée.

Du point de vue conceptuel, ce type de solution ne résoud pas réellement le problème fondamental de la numération. En effet, après avoir créé ou appris un signe pour nommer x (trois, dans l'exemple jeune enfant), il faudra en inventer un autre pour $x + 1$, (pour quatre ou pour six et ainsi de suite). Le problème n'a été résolu que localement.

La solution iconique n'en demeure pas moins efficace, et même optimale chaque fois que le sujet n'a à manipuler fréquemment que de petites quantités (jusqu'à quelques dizaines).

Les solutions non-iconiques ne sont pas réductibles à une simple extension du vocabulaire numérique. Elles supposent toutes la mise en œuvre d'une stratégie permettant de saisir le nombre encore inexprimé à partir de nombres antérieurement acquis. Cette fois, il s'agit de construire une expression qui reflète (en partie et toujours plus ou moins fidèlement) là où les opérations conceptuelles effectivement mises en oeuvre pour saisir le nombre jusqu'alors inaccessible.

C'est le cas par exemple de la numération décimale de position. Une écriture comme 1985 ne peut en effet être comprise que comme le résumé codé d'un ensemble d'opérations arithmétiques (additions, multiplications, élévations à une puissance) qui permettent d'obtenir le nombre unique y qu'elle représente comme un polynôme ordonné dont l'indéterminée est la base dix du système :

$$1985 = 1\text{x}(\text{dix})^3 + 9\text{x}(\text{dix})^2 + 8\text{x}(\text{dix})^1 + 5\text{x}(\text{dix})^0.$$

L'écriture 1985 n'est rien d'autre que "l'expression résumée de cet ensemble d'opérations qui fournit une représentation du nombre y" (Cagnac et Thiberge, 1956: 88).

Toute numération de position est une solution effective au problème de la numération puisque tout nombre peut -du moins théoriquement- être mis en signes : le sujet dispose alors d'une représentation communicable des nombres et pas seulement d'une représentation psychique interne.

Cette solution savante présente quelques avantages : la représentation d'un nombre est unique, au sens des mathématiciens qui énoncent et démontrent le théorème "Tout nombre naturel *y* peut s'exprimer par un polynôme et un seul relatif à la base *x*, tous les coefficients de celui-ci étant inférieurs à *x*" (ibid. p.90); d'autre part, moyennant une convention fixant l'ordre d'énonciation des monômes, et l'invention du zéro dit de position, l'indication des différentes puissances de la base devient redondante ainsi que celle des opérations arithmétiques à effectuer. Il n'est plus nécessaire d'écrire

$$1x10^3 + 9x10^2 + 8x10^1 + 5x10^0,$$

mais simplement la suite des "chiffres" (c'est-à-dire seulement les coefficients des monômes) : 1985.

Il en résulte que la représentation positionnelle est particulièrement courte. Cette représentation permet par ailleurs de résoudre élégamment plusieurs autres problèmes, comme la comparaison des nombres (à l'aide de la longueur des expressions) et le calcul (à partir de la connaissance des "tables"). On comprend dès lors le succès paradoxal d'un tel système dont le coût d'apprentissage est, il convient de ne pas l'oublier, très élevé.

Même s'il n'a pas réussi à s'imposer à l'oral, le système positionnel s'est imposé universellement pour la communication écrite et pour l'exercice des sciences et des techniques.

Notons qu'un tel succès rend plus difficile l'observation des systèmes non positionnels qu'il est fréquent (mais incorrect) de juger à l' aune du principe de position : la prégnance de ce modèle arithmétique conduit parfois à des interprétations trop rapides en termes d'exception ou en termes d'erreur alors qu'une analyse plus poussée permettrait de dégager certaines spécificités des numérations dites "exotiques".

Nous avons vu plus haut que les solutions non-iconiques au problème de la numération supposent toutes la mise en oeuvre d'une stratégie qui permette de saisir un nombre à partir de nombres déjà acquis. Il n'y a qu'une solution à ce problème : structurer l'ensemble des nombres; cette structuration n'est réalisable a priori que de deux manières : soit en définissant une (ou plusieurs) loi(s) de composition sur l'ensemble des entiers, soit en définissant une relation d'ordre.

Dans le premier cas, le nombre est saisi au terme d'un calcul ; et dans le second, au terme d'une opération de repérage.

Le but de notre communication est d'attirer l'attention sur les numérations de type ordinal récemment découvertes dans plusieurs langues amérindiennes.

2. De la nécessité de rejeter certaines interprétations additives.

Selon J. Landaburu, chez les Andoke, six se dit :
kuʔsí-hako-domi-ka ʌisidé.

Dans cette expression, le morphème **ka** met en relation **ʌisidé** "un" et **kuʔsí-hako-domi**, séquence dans laquelle on remarque **domi** "main". Dans le contexte de la numération, ce terme "main" renvoie probablement aux cinq doigts et finalement au nombre cinq.

L'analyse pourrait s'arrêter là, d'autant plus qu'il existe un morphème **ka** servant de coordonnant et que l'on traduit souvent par "et". On poserait alors que six résulte en andoke d'une opération de groupement ou d'addition : 6 = 5 + 1.

Cette analyse est insuffisante. Elle ne prend pas en compte les constituants **kuʔsí** "autre" et **hako** "côté". Il serait donc prématuré de considérer que le schème additif proposé ci-dessus est un modèle adéquat de l'expression andoke de six ; et ceci d'autant plus que ce n'est pas le constituant **kuʔsi** "autre", mais le constituant **ʌi** "ce" qui apparaît dans l'expression de cinq. Cinq se dit en effet
ʌi-hako-domi pã́ã // ce-côté-main / quantité // .

A ce stade de l'analyse, il convient de revenir sur les procédures qui ont permis d'attribuer une valeur particulière aux différents constituants de l'expression andoke. Nous verrons plus loin que **ka** est en fait un allatif exprimant la destination, et que **kuʔsí-hako-domi** "la main de l'autre côté" renvoie au nombre dix et non pas au nombre cinq.

Les exemples d'expression in-interprétables en termes de calcul arithmétique simple ne sont pas rares ; le plus célèbre est sans aucun doute celui de la numérique maya (yucatèque) dans laquelle les nombres trente et trente-cinq font parfois figure d'exception :

30 = **lahun ca kal** "dix deux(ième)-vingt(aine)s"
35 = **holhu ca kal** "quinze deux(ième)-vingt(ainle)s".

Le problème posé par ces expressions est celui de la reconstruction de leur valeur numérique à partir des constituants de l'expression parlée : 30 à partir de 10 et 40 et 35 à partir de 15 et 40.

Nous allons présenter maintenant plusieurs exemples de numérations parlées pour lesquelles le schème sous-jacent à la formation des composés est une opération de repérage reposant sur le principe ordinal, et non pas un calcul reposant sur une ou plusieurs opérations arithmétiques (addition, multiplication, etc.).

3. L'abstraction prénumérique

Il est généralement admis dans la littérature spécialisée que les aborigènes australiens ne disposent d'aucun cardinal supérieur à trois, et certains auteurs en déduisent que ces "sauvages" n'ont pas atteint un degré de développement suffisant pour avoir acquis la notion de nombre.

Certes, il est exact que les listes de noms de nombre s'arrêtent généralement à trois. Par exemple en Warlpiri, Pam Harris relève la liste suivante : 1 = **jinta** "un, seul", 2 = **jirrnana** "deux, couple", 3 = **marnkurrpu** "trois, un peu".

Aucun des cardinaux ne semble composé : leur mise en signes ne renvoie ni à un calcul ni à une opération de repérage; le nombre est appréhendé directement. Le fait que les listes s'arrêtent à trois conduit à l'hypothèse que la numérosité ne peut être appréhendée directement que dans le cas de petites collections, des collections plus petites que trois. Et réciproquement, que les nombres plus grands que trois ne semblent pas pouvoir être saisis directement mais qu'ils doivent être construits.

Edward John Eyre publiait à Londres en 1845 le récit de ses explorations de l'Australie. Il rapporte une liste de dix-sept noms d'enfants. Ces noms sont classés selon deux attributs : le sexe et le rang de naissance :

Sexe / rang	garçon	fille
1	**kertameru**	**kertanya**
2	**warritya**	**warriarto**
3	**kudnutya**	**kudnarto**
4	**monaitya**	**monarto**
5	**milaitya**	**milarto**
6	**marrutya**	**marruarto**
7	**wangutya**	**wangwarto**
8	**ngarlaitya**	**ngarlarto**
9	**pouarna**	

Ces noms d'enfants sont manifestement composés, et comportent au moins deux constituants. Les premiers éléments forment un paradigme de huit termes, et les derniers un paradigme de deux termes :

Paradigme des rangs		Paradigme des sexes	
kerta-	"1°"	**-arto**	"fém."
warri-	"2°"	**-t(i)ya**	"masc."
kudn-	"3°"		
mona-	"4°"		
mila-	"5°"		
marru-	"6°"		
wang-	"7°"		
ngarla-	"8°"		

Les aborigènes disposent donc d'une liste de morphèmes non-lexémisés et apparemment in-analysables qui constitue l'équivalent d'une liste de noms de nombres (ordinaux) allant de premier à huitième (et peut-être neuvième ou davantage).

Evidemment, ces morphèmes ordinaux renvoient "aux circonstances biologiques qui font que chaque enfant apparaît doué d'une sorte de signe temporel, et que l'ensemble des enfants forme une série ordonnée" (Brunschvicg, 1981: 9); ils désignent une qualité concrètement attachée aux enfants eux-mêmes.

La mise en signes est encore iconique, les signes ne sont pas des composés et doivent être acquis un à un, sans discussion possible. Léon Brunschvicg en déduit que la conceptualisation du nombre "semble contenue dans les choses, plutôt qu'elle n'est présente à l'esprit de l'homme" (ibid. p. 9).

Une telle conclusion appelle quelques remarques car, sous cette forme manichéenne, elle semble contradictoire : une pensée ne saurait être contenue dans les choses. Au niveau du référent réel (les choses), il y a des phratries et ce fait d'expérience qu'un enfant naît garçon ou fille et à une date déterminée.

Il nous semble important de souligner que la description précédente renvoie à une sélection puisqu'une infinité d'autres attributs pourraient avoir été retenus. Par exemple, le fait qu'un enfant est le fils de tel père, de telle mère, le parent de tel ou tel, qu'il peut être blond, grand, maigre, pleurnicheur, nerveux ou lymphatique, être né une nuit de pleine lune ou un jour de pluie, au cours d'un voyage ou au campement... Chacun de ces attributs aurait évidemment pu être sélectionné et servir à motiver le nom propre de l'enfant.

Le fait que le nom aborigène fasse intervenir le rang de naissance et le sexe de l'enfant révèle quelque chose des représentations que ces hommes se font des phratries. Le nom composé émis atteste de la réalité des opérations cognitives qui ont présidé au choix de ce mode de désignation.

A moins d'admettre que le locuteur utilise toujours sa langue de manière irréfléchie, il convient donc de poser que le système des noms d'enfants rend manifeste l'existence d'un système de représentation des premiers nombres ordinaux. Ce système du nombre n'est peut-être pas totalement autonome, mais il est à coup sûr détachable de la réalité biologique. Nous pensons que ce système est au moins une approche de la notion de nombre, et, en tout cas, la manifestation d'une pensée abstraite.

Ces exemples australiens nous conduisent aux conclusions suivantes :

1) La numérosité est toujours une propriété abstraite. Elle peut être abstraite cardinalement ou ordinalement.

Dans le cas cardinal, le nombre semble détaché à la faveur de l'analogie qui relie les collections de même cardinal (la relation d'équipotence des mathématiciens); les signes numériques (**jinta**, **jirrnana**, **marnkurrpu**) sont polysémiques ou homonymes selon que l'on considère chacun d'eux comme un seul signe linguistique ou comme deux signes linguistiques (**jinta** "un"/**jinta** "seul", **jirrnana** "deux"/**jirrnana** "couple").

Dans le cas ordinal, les nombres semblent détachés, non pas un par un mais tous ensemble, probablement à la faveur de la découverte des ensembles immuablement ordonnés (c'est-à-dire tous les cycles de la nature et tous les rythmes de la culture).

2) Les deux modes d'appréhension du nombre semblent indépendants. En tout cas, les passages de l'ordinal au cardinal (et réciproquement) ne sont pas attestés bien que les aborigènes disposent au moins des trois premiers cardinaux et d'une comptine pour l'énumération des huit ou neuf premiers rangs de naissance.

3) Le style ordinal est d'emblée plus productif que le style cardinal : les capacités d'appréhension directe de la numérosité seraient respectivement, selon les exemples aborigènes, de l'ordre de la dizaine dans le cas ordinal, et de trois dans le cas cardinal.

4. L'énumération gestuelle.

Le rapport de la "Cambridge Expedition to Torres Straits" contient une numération parfois jugée "paradoxale jusqu'à l'invraisemblable" (Conant). Ceci parce que la plupart des noms qu'elle comporte renvoient non pas à un, mais à plusieurs nombres différents :

anusi "petit doigt" signifie "un" mais aussi "vingt-deux"
doro "doigt" vaut 2, 3, 4, et encore 19, 20, 21.

Tous les auteurs soulignent le fait que ces noms de nombre sont homonymes de parties de corps, et que le système n'est en rien ambigu sous l'hypothèse que les signes employés sont hétérogènes, associant un mot et un geste. Dans cette hypothèse, le signe complet pour trois n'est pas le mot **doro**, mais ce mot **doro** associé au geste de montrer le majeur de la main droite. De même dix-neuf, c'est le même mot **doro** mais associé au geste de montrer l'index de la main gauche.

La clef du système est une convention d'énumération immuablement ordonnée des parties du corps, depuis le petit doigt de la main droite jusqu'à celui de la main gauche en passant par les doigts, le poignet, le coude, l'épaule, etc. :

1 ; 22	**anusi**	"petit doigt"
2, 3, 4; 21, 20, 19	**doro**	"doigt"
5 ; 18	**ubei**	"pouce"
6 ; 17	**tama**	"poignet"
7 ; 16	**unubo**	"coude"
8 ; 15	**visa**	"épaule"
9 ; 14	**denoro**	"oreille"
10 ; 11	**diti**	"oeil"
12	**medo**	"nez"
13	**bee**	"bouche"

(Numération papoue, d'après Ifrah).

Dans cet exemple, les termes sont inanalysables, la mise en signes est iconique, et, ce qui est plus remarquable, le système ne peut fonctionner que sur une convention qui fixe l'ordre d'énumération des parties du corps. Cette technique gestuelle fonde le système et en assure le fonctionnement non-ambigu.

Par rapport à l'exemple des noms d'enfants, un pas important a été franchi : on est passé de la rationalité sémiologique de la langue à la rationalité réfutable des sciences et des techniques. En cas de désaccord sur le bien fondé d'une évaluation numérique, les interlocuteurs ne sont pas réduits à l'acceptation passive, ils peuvent, au contraire, revenir à la convention gestuelle et vérifier la valeur énoncée. Le lien entre le signe émis et le référent n'est plus donné par l'arbitraire d'une désignation linguistique, mais par une convention elle-même garantie par une tradition. L'énumération gestuelle apparaît comme un outil qui ouvre un domaine nouveau, le domaine de la science et des techniques.

Cet outil est une simple comptine, c'est-à-dire une liste n'ayant aucune autre organisation que son ordre immuable. En particulier il n'est pas possible de construire des composés et donc de saisir des nombres arbitrairement grands.

Contrairement au système des noms d'enfants, le passage de l'ordinal au cardinal est attesté chez les Papous : la comptine est utilisée effectivement comme un instrument de comptage pour déterminer le cardinal d'une collection.

Bien que ne disposant pas d'un véritable système de numération, mais d'une technique d'énumération gestuelle, les Papous peuvent énumérer et compter des collections jusqu'à vingt-deux et ceci de manière réfutable. Nous pouvons poser que le concept scientifique de nombre entier est clairement dégagé. La même conclusion sera vraie pour toutes les numérations que nous présenterons dans la suite de cet exposé.

5. La numération parlée andoke.

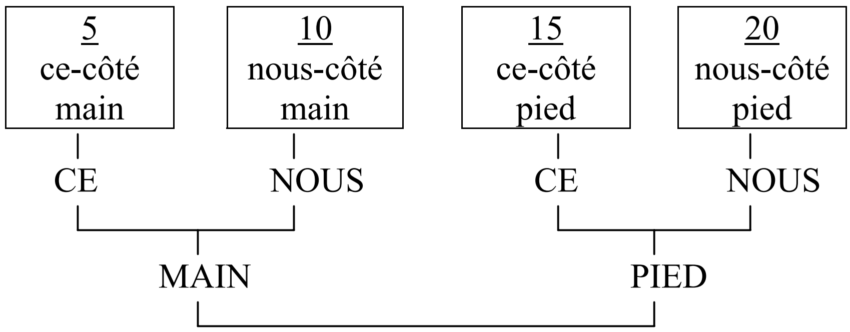
Nous avons montré plus haut que l'expression andoke de six n'est pas interprétable comme l'addition de 5+ 1, en particulier à cause de la présence de l'allatif **-ka**.

Pour avancer dans l'analyse, nous observons alors que le vocabulaire terminal de cette numération contient en particulier les quatre premiers multiples de cinq. Ces quatre expressions numériques ont la même structure morphologique :

5	=	**Ʌi-hako-domi pã̃ã́**	//ce-côté-main / quantité//
10	=	**ka-hako-domi pã̃ã́**	//nous-côté-main / quantité//
15	=	**Ʌi-hako-dɅka pã̃ã́**	//ce-côté-pied / quantité//
20	=	**ka-hako-dɅka pã̃ã́**	//nous-côté-pied / quantité//

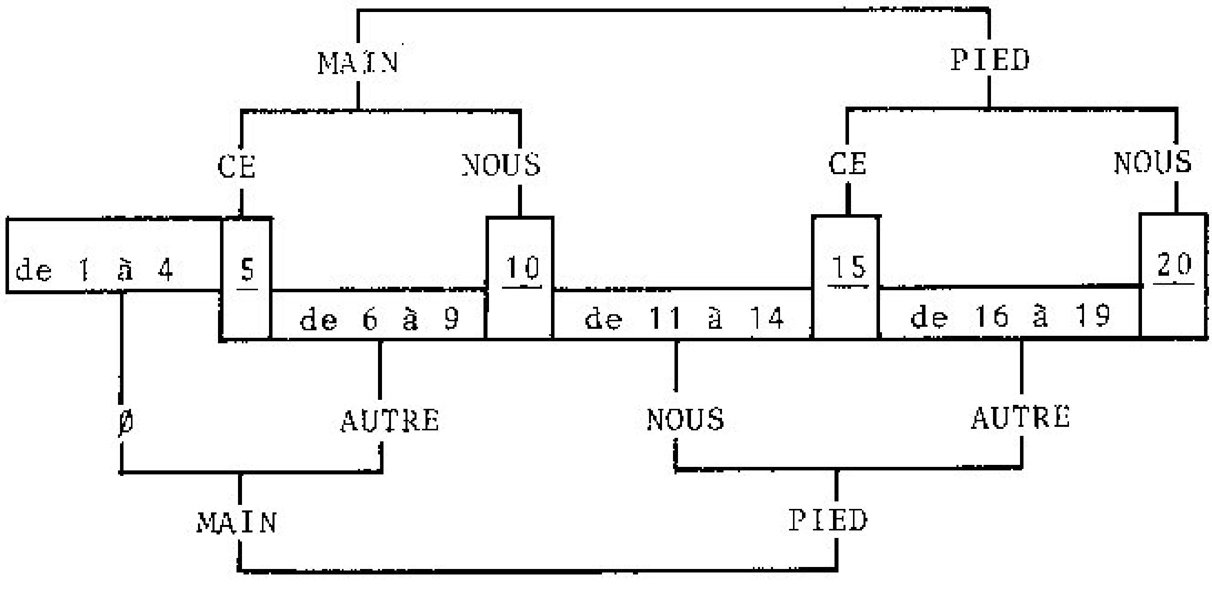
Il est difficile, à la vue de ces données, de soutenir que l'on se trouve en présence d'une simple liste d'items, puisque l'ensemble de ces expressions est structuré par deux oppositions qui se croisent et créent un réseau de relations : l'opposition **Ʌi-**/**ka-** "ce"/"nous", et l'opposition **domi**/**dɅka** "main"/"pied".

Le vocabulaire terminal de la numération andoke n'est donc ni une liste, ni même une comptine simplement réglée par une convention de mise en ordre immuable ; il s'agit d'un ensemble bien organisé. Dans cette organisation, nous disons des multiples de cinq qu'ils constituent un système de repérants. Ce système est structuré de la manière suivante :



D'autre part, les expressions de nombres compris entre les quatre premiers multiples de cinq font toutes intervenir l'allatif **-ka** que l'on trouve entre deux constituants C1 et C2. Le second C2 est l'un des nombres "un", "deux", "trois", "quatre", et le premier C1 est l'une des expressions "autre-côté-main", "nous-côté-main", "autre-côté-pied".

Les composés numériques considérés se répartissent donc en trois groupes (de 6 à 9, de 11 à 14 et de 16 à 19) que l'on définit à partir des oppositions "main"/"pied" et "nous"/"autre". D'où le schéma :



Il résulte de ce qui précède que **Λi** "ce" s'oppose à **ka** "nous" (dans le système des repérants) comme **ø** et **ka** "nous" s'opposent à **kuʔsi** "autre" (dans les composés "allativés" 1-4, 6-9, 11-14, et 16-19).

Pour rester en accord avec ces analyses, il faut nécessairement poser que la chaîne **kuʔsí-hako-domi**, élément Cl dans l'expression des nombres de six à neuf, ne peut pas prendre la valeur numérique cinq, mais seulement la valeur dix. En d'autres termes, il faut poser :

kuʔsí-hako-domi "autre-côté-main" = 10

ka-dʌka "nous-pied" = 15

kuʔsí-hako-dʌka "autre-côté-pied" = 20.

Nous pouvons maintenant revenir à l'expression de six et proposer la glose suivante :

kuʔsí-hako-domi-ka ʌisidé "autre-côté-main-vers un"

soit, "un dans le chemin vers la main de l'autre côté", c'est-à-dire "un vers dix". Ce que nous représentons par le schéma suivant : 6 = <u>10</u> ← 1

Notons que si l'on se trouve à 1 (respectivement à 2, 3 ou 4) dans le chemin vers le repérant <u>10</u>, c'est que le repérant immédiatement précédent (la main de ce côté, soit <u>5</u>) est dépassé de 1 (respectivement de 2, 3, ou 4). On se trouve en fait en 6 (respectivement en 7, 8, ou 9).

De même, être à un dans le chemin vers le repérant quinze, le pied de ce côté, (respectivement vers le repérant vingt, le pied de l'autre côté), c'est être effectivement en onze (respectivement en seize).

Ce système fonctionne sans ambiguïté parce que le système des repérants existe et qu'il suffit d'évoquer l'un d'entre eux pour que, immédiatement, le réseau des relations soit activé dans son entier.

Nous disons que la numération andoke est une numération de type ordinal fonctionnant en vision d'antériorité réflexive.

Les nombres un et deux sont mis en signes à la faveur d'une métaphore :

1 = **ʌi-sidé**, où **sidé** est peut-être décomposable en **si-** "essentiel, véritable", **-dé** "graine", et **ʌi** est un déterminant "ceci" (dont on parle).

2 = **ʌ-ʌ́hʌmá**, où **- ʌ́hʌmá** est une base de nom relatif toujours précédée d'un préfixe qui renvoie au référent dont on parle et qui exprime l'idée de dualité ou de couple.

Les nombres trois et quatre sont composés à partir de un et deux :

3 = **ʌisidé ʌ́hʌmá** "un deux"

4 = **ʌ́hʌmá ʌ́hʌmá** "deux deux"

Aucune marque de relation n'étant présente dans ces composés (sauf le tactème d'ordre), il est difficile de décider si la composition renvoie à une opération de groupement ou d'addition plutôt qu'à une composition de vision ordinale (3 = 1 + 2, ou 3 = 1 après 2).

Remarquons en passant que dès le nombre trois, l'andoke développe une stratégie d'appréhension du nombre en tant que résultat d'une opération portant sur des nombres déjà acquis.

Au-delà de vingt, l'andoke fait usage d'un nouveau système où interviennent les multiples de vingt : 40 = **ɔ̃-ʌ́hʌmá pãã́** "deux personnes, 60 = **ɔ̃-ʌ́hʌmá ʌisidé pãã́** "trois personnes", etc..

La concaténation de ces nombres d'appui et des expressions donnant les nombres inférieurs à vingt permet de mettre en signes tous les nombres jusqu'à quatre cents, comme on le ferait dans une numération additivo-multiplicative.

Cet exemple de la numération andoke nous permet de préciser la définition des numérations de style ordinal. Il s'agit de numération : caractérisées par la présence, dans le vocabulaire terminal, d'un système structuré de repérants, et, dans le grammaire, par la présence de règles mettant en oeuvre le principe ordinal.

6. La numération parlée tatuyo.

En tatuyo, toute expression numérique résulte d'une formulation double, à la fois qualitative et quantitative : "l'observation des quantificateurs est intéressante parce qu'elle met en évidence la relation entre quantification et qualification, c'est-à-dire entre nombre et classification nominale. Tout d'abord par la présence obligatoire du classificateur de l'item référent avec le quantificateur; ensuite par l'accord qui régit la construction, déterminé par le type de quantification, d'une part, par la qualité animée ou inanimée du référent, d'autre part" (Gomez, 1982: 229).

Nous ne traiterons pas ici de cette question importante, et les classificateurs ne seront pas transcrits.

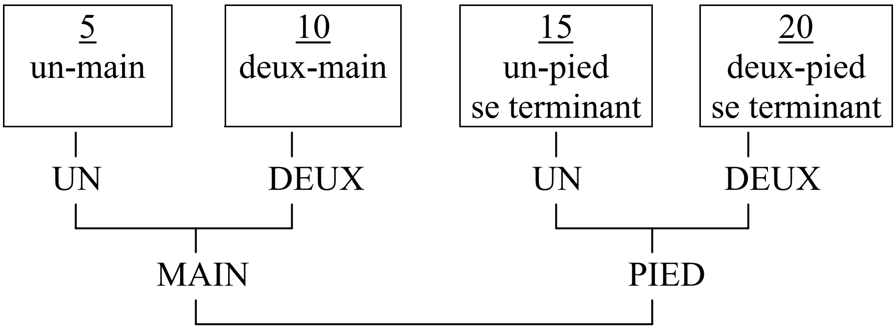
Selon Elsa Gomez, les trois premiers nombres sont inanalysables (des N simples) : 1 = **˜híká-**, 2 = **pɨ́gà-**, 3 = **ítíà-**; et le premier composé (groupe nominal grammaticalisé) est quatre : 4 = **bàpàrì˜kádáká-**.

Il serait interprétable comme une forme lexicalement figée ("paires" au pluriel).

Les trois premiers nombres sont donc appréhendés directement au contraire du suivant pour lequel on pourrait postuler un procédé comme "deux et deux font quatre" ou comme le geste répété de montrer deux.

Au-delà de quatre, la numération tatuyo utilise un système de repérants semblable à celui de l'andoke et constitué des quatre premiers multiples de cinq. Le système est encore structuré par l'opposition "main"/"pied", à laquelle s'ajoute l'opposition "un"/"deux". Le système renvoie à une stratégie gestuelle, plus qualitative que quantitative, qui met en évidence le surgissement du nombre à partir d'une appréhension du corps :

5 = **˜híká-˜wàbó.˜kádáká-** "un-main-compte-quantité"
10 = **pɨ́gà-˜wàbó.˜kóò.˜kádáká-** "deux-main-compte-quantité"
15 = **˜híká-rɨ̀pó.pétì-ro.˜kádáká-** "un-pied-se terminer-cl-quantité"
20 = **pɨ́gà-rɨ̀pó.pétì-ro.˜kádáká-** "deux-pied-se terminer-cl-quantité



Les composés de 6 à 9, de 11 à 14 et de 16 à 19 sont formés comme en andoke en vision ordinale d'antériorité réflexive. La relation entre les constituants n'est pas marquée par un allatif, mais par une métaphore produite par le sémantisme du verbe **pedi** "sauter" qui décrit "le mouvement des singes et des oiseaux qui sautent d'une branche à une autre, et du feu qui embrase successivement les branches. **-ro** a valeur participiale : "sautant" "(ibid.: 223).

La relation entre les constituants de ces composés doit donc être pensée selon un schème de mouvement ou de successivité, on est encore en vision ordinale :

6 = **ápé-˜wàbó-rè.˜híká-a.˜pédì-ro.˜kádáká-**
//autre-main-obj/un-cl.(doigt)/sauter-cl. (= en sautant)/quantité//
"6 se dit donc : en sautant un doigt de l'autre main" (Gomez, 1982: 233).

11 = **rɨ̀pó-ré.˜híká-a.˜pédì-ro.˜kádáká-**
// pied-obj / un-cl / sauter-cl / quantité //

16 = **ápè-rɨ̀pó-re.˜hiká-a.˜pédì-ro.˜kádáká-**
// autre-pied-obj / un-cl / sauter-cl / quantité

Ces composés peuvent être représentés par les schémas suivants :

6 = 1→<u>10</u>, 11 = 1→<u>15</u>, 16 = 1→<u>20</u>

La numération tatuyo s'étend au-delà de vingt : "De 21 à 39 apparaît à gauche un groupe nominal qui précise qu'on compte les membres d'une autre personne... Théoriquement, on peut continuer à compter en s'aliénant à chaque vingtaine, les membres d'une nouvelle personne. Le chiffre limite en compétence serait 400 ; en performance, la norme est de savoir compter jusqu'à 20 pour les jeunes, seuls les vieux savent aller au-delà. En réalité, il est rare qu'on utilise un nombre supérieur à 10, on dira plutôt beaucoup" (ibid.: 233-234).

7. La numération parlée Caribe (Galibi).

La numération caribe présente une certaine diversité de procédés de mise en signes qui constituent sans doute autant de vestiges de l'histoire de cette communauté.

Comme en tatuyo, les trois premiers nombres sont inanalysables et doivent être appréhendés directement : 1 = **owin**, 2 = **o:ko**, 3 = **o:ruwa**.

B.J. Hoff note ensuite que quatre est un composé non-transparent dans lequel on reconnaît toutefois le constituant **o:ko** "deux". Ce composé pourrait donc renvoyer à une opération de duplication ou de groupement ; Hoff propose la composition **o:kopai** "by twos" + **me** "as, serving as" → **o:kopaime** "quatre".

De même neuf est un composé non-transparent où pourraient se trouver **o:win** "un", peut-être aussi le terme **sikï:rï** "petit doigt" et un fragment **apo** "bras" de l'une ou l'autre des expressions **apoxtun** "main droite" et **apo:we** "main gauche" (Hoff, 1968 : 280). On a 9 = **o:winapo:sikï:rï**.

La formation de neuf pourrait renvoyer à un système de repérants structuré par l'opposition "gauche"/"droite" ou à une opération interprétable en termes de manque (soustraction) ou d'anticipation. L'opposition des deux côtés du corps se retrouve dans les nombres cinq et dix.

Ces nombres cinq et dix sont des composés transparents dans lesquels on reconnaît **aiya:rï** "main" et, respectivement, **oxto:ne** "on one side" et **o:pato:ro** "on both sides". On a :

5 = **aiyato:ne**   10 = **aiyapato:ro**

Les nombres six, sept et huit sont des composés qui font intervenir une relation marquée par **tuwo:pïima** que B.J. Hoff décrit de la manière suivante : "It is possible to identify this **tuwo:pïima** as a regular verbal formation with **tu-**, on the basis of **wopïima** "to pass over, to jump over" (intransitive), which in its turn is formed on the basis of **epïima** "to pass over something, to jump over something" (transitive)" (ibid.: 279).

Comme en tatuyo, la relation serait marquée par une métaphore produite par le sémantisme d'un verbe de mouvement (le transbordement d'une barque à une autre). La forme intransitive permet de ne pas préciser l'origine et la fin de ce mouvement. On a :

6 = **o:win-tuwo:pïima** "un sauter"
7 = **o:ko-tuwo:pïima** "deux sauter"
8 = **o:ruwa-tuwo:pïima** "trois sauter"

La mise en signes de ces trois nombres renvoie à un schème conceptuel ordinal, mais ne permet pas de préciser s'il s'agit d'une vision d'antériorité ou de postériorité (un a-t-il sauté vers dix ou au contraire depuis cinq ?).

Les autres composés font intervenir une relation marquée par le constituant **ku:pona:ka**. "This word is formed on the basis of **ku:po** "upon" with the suffix **-na:ka** "directed towards, moving towards" " (ibid: 82). La relation marquée par **ku:pona:ka** permet de former par exemple les nombres de onze à dix-neuf selon le modèle suivant :

11 = **aiyapato:ro ku:pona:ka o:win** "on top of 10, 1"
16 = **aiyapato:ro ku:pona:ka o:winduwo:pïima** "on top of 10, 6"
19 = **ai yapato:ro ku:pona:ka o:winapo:sikï:ri** "on top of 10, 9"

Cette fois, le schème sous-jacent est clairement ordinal, en vision de postériorité.

On atteint ainsi le nombre vingt, **o:win-kariʔna**, dans lequel on reconnaît le terme **kariʔna** "homme" (autodénomination).

Le système s'étend au-delà de vingt et permet d'atteindre quatre cents. Mais en performance, les caribes ne comptent pratiquement plus qu'en anglais.

8. Deux numérations parlées mayas (Yucatèque, Tojolabal).

Dans les langues mayas, toute expression numérique résulte d'une double formulation, à la fois quantitative et qualitative. L'information qualitative est portée par un classificateur numérique. Celui-ci peut être général ou spécifique. Le classificateur spécifique, $Cl_{spé}$, renseigne (souvent avec un très haut degré de précision) sur les attributs du référent du substantif, *Sb*, désignant les entités dénombrées (objets ou actions) : qualités intrinsèques de forme, de taille, de nature, etc., propriétés situationnelles de position, d'usage, d'état, etc..

L'information quantitative est portée par un constituant que nous appelons le nombre proprement dit, *Nb* ; il peut être arithmétiquement simple (**ox** "trois") ou composé (**ox-lahun** "trois-dix", soit treize).

Il est important de remarquer que les termes désignant les puissances de vingt (20, 400, 8000, etc.) se comportent, du point de vue morpho-syntaxique, comme des classificateurs numériques et non pas comme des nombres proprement dits. Ces termes transmettent donc aussi une information qualitative, à savoir l'état dans lequel se trouvent les entités dénombrées : regroupées et formant une nouvelle unité, une grande unité. Il s'agit d'une saisie unitaire de la multiplicité.

Ces regroupements étant strictement calibrés du point de vue numérique par une convention culturelle, l'information transmise est également quantitative. Nous proposons d'appeler ces termes des classificateurs unitaires, Cl_{un}.

Avec les notations précédentes, toute expression numérique se réalise selon le schéma de base suivant : $EN \rightarrow Nb+Cl\ +Sb$; toute expression numérique est constituée de trois éléments : un constituant numérique suivi d'un classificateur suffixé et d'un substantif.

En tzeltal par exemple, on ne dit pas trois ni trois chiens, mais :
ʔos-koht c'iʔ // *Nb "3"-Cl* "de la classe des animaux" / *Sb* "chien" //

Nous allons montrer qu'il y a deux types différents de numération maya, un type additif illustré par le tojolabal moderne, et un type ordinal illustré par le système yucatèque ancien.

Pour donner plus de force à l'exposé de la démonstration, nous ne traiterons que des composés numériques les plus problématiques, c'est-à-dire l'expression des nombres de vingt et un à trente neuf.

Pour plus de détails, nous renvoyons le lecteur à un prochain article (Cauty, 1986).

Les composés de vingt et un à trente-neuf se répartissent selon langues mayas en deux types, les modèles A et B que nous caractérisons de la manière suivante :

MODELE A	MODELE B
1) les constituants numériques concaténés dans l'ordre décroissant	1) les constituants numériques sont concaténés dans l'ordre croissant
2) quand il est explicite, le relateur exprimé est, selon les langues, **sok**, **yetel**, **katak**.	2) le relateur exprimé est le possessif 3° pers. accompagné ou non d'une préposition.

EXEMPLES

(langue tojolabal)

21 = **hun-tahab' sok hun**

soit "1.20 + 1"

35 = **hun-tahab' sok hoʔlahun**

soit "1.20 + 15"

(langue tzeltal)

21 = **hun s-chaʔ-winic**

soit "1→2.20"

35 = **jo'-lajuneʔ s-chaʔ-winic**

soit "15→2.20"

(langue yucatèque)

21 = **hun tu kal** soit "1→(2.)20"

35 = **holhu ca-kal** soit "1(→)2.20"

Remarque. Pour le tojolabal et le tzeltal, les données concernent la langue moderne ; pour le yucatèque, il s'agit de la langue ancienne. Dans l'écriture des gloses, les parenthèses indiquent que le terme ainsi repéré a été reconstitué ; le soulignement indique un classificateur unitaire, et les symboles + et → représentent le relateur exprimé.

L'analyse des expressions formées selon le modèle A ne présente aucune difficulté parce qu'aucun constituant n'est effacé et que le relateur exprimé a clairement la valeur d'un coordonnant ("et" ou "avec").

De même l'analyse des exemples tzeltal du modèle B ne présente aucune difficulté car le possessif de troisième personne (**s**-) est le marqueur de l'ordinal (passage de deux à deuxième) : 21 = "un (de la) deuxième vingtaine", et 35 = "quinze (de la) deuxième vingtaine".

L'analyse des exemples yucatèques du modèle B est plus délicate et l'interprétation dépend essentiellement de l'analyse du relateur **tu** (**tuy**, devant consonne) et de la reconstitution adoptée pour les formes apocopées.

Pour ces analyses, nous disposons des éléments suivants :

1) **tu** et **tuy** sont des variantes phonétiques : on trouve **tu** devant consonne et **tuy** devant voyelle (21 = **hun tu kal**, 41 = **hun tuy ox-kal**),

2) **tu** est une forme composée : **ti + u** > **tu**.

Dans cette composition, **u-** est le préfixe possessif de 3° personne, c'est cet élément qui commande la variation phonétique,

3) le sens de l'élément **ti** est difficile à rendre en français. Selon les contextes, il est traduit par "dans", "en", "vers", "pour", "alors", etc.. M. Besada nous propose comme équivalent français le terme "y" comme dans l'exemple "j'y vais, j'y suis", et précise : "**ti** est seulement un point de repère" (Besada, 1985).

4) dans toutes les langues mayas, le passage du cardinal à l'ordinal se réalise en préfixant au nombre cardinal le possessif de 3° personne.

5) les phénomènes de contraction sont particulièrement fréquents dans toutes les langues mayas. Ce fait ne peut être oublié au moment de l'analyse des formes anciennes pour lesquelles nous ne pouvons que nous en remettre aux témoignages anciens.

Pour les reconstitutions, nous partons du fait bien établi que les formes attestées les plus complètes du modèle B comportent quatre éléments : un "coefficient", un "classificateur unitaire", le "relateur", (**tu** = **ti**+**u**), enfin un "nombre" inférieur ou égal à dix-neuf.

Ces éléments apparaissent toujours dans l'ordre Nb-Rel-Coef-Cl_{un} :
101 = **hun tu wak kal** //*Nb* "1"/*Rel* "en son"/*Coef* "6"/*Cl_{un}* "20"//

Par rapport à ces formes maximales, on observe que l'élément effacé peut être le coefficient ou le relateur (dans des expressions plus complexes, peuvent être effacés un classificateur unitaire et un coefficient : 500 = **ho tu bak** //*Coef* "5"/*Rel* "en son"/*Cl_{un}*"400"//, soit, "5.(20) en-son (2°).400").

L'effacement du relateur ou du classificateur unitaire est exceptionnel, celui du coefficient ne peut avoir lieu que lorsqu'il a la valeur numérique deux. Dans ce cas, l'effacement est pratiquement systématique en yucatèque :
21 = **hun tu kal** < **hun tu** (**ca**) **kal** //*Nb* "1"/*Rel* "en son"/(*Coef* "2") *Cl_{un}* "20"//.
6) la plupart des composés du modèle B sont ininterprétables en termes d'addition ou de groupement parce que le coefficient des vingtaines est supérieur d'une unité à celui que l'on attend dans une perspective additive : 21 = **hun s-chaʔ-winic** //*Nb* "1"/*Rel* "son"/*Coef* "2"/*Cl* "homme, 20"//, soit "un du deuxième homme", "1→2°.20", "1→40".

Sur la base des éléments précédents, nous proposons les reconstitutions suivantes :
a) rétablir systématiquement le coefficient 2 pour tous les nombres de 21 à 39 (sauf pour trente et trente-cinq qui comportent déjà ce coefficient);
b) rétablir le relateur **tu** dans l'expression des nombres 30 et 35.

Dans ces conditions, nous pouvons énoncer la proposition suivante :
La numération maya (yucatèque) et, plus généralement les numérations qui suivent le modèle B, sont de type ordinal.

Elles possèdent toutes, en effet, un système de repérants (les multiples de vingt, puis les multiples de quatre cents, puis de huit mille, etc.), et leur grammaire comporte une règle qui met en oeuvre le principe ordinal marqué par le possessif de troisième personne (en yucatèque on trouve de plus la préposition **ti** qui marque un repère).

Comme pour l'andoke, les numérations du modèle B sont ordinales en vision d'antériorité réflexive.

Les numérations qui suivent le modèle A sont de type arithmétique (additivo-multiplicatif).

Exemples :

	MODELE A (langue tojolabal)	MODELE B (langue yucatèque)
21	**hun tahab' sok hun**	**hun tu (ca) kal**
22	**hun tahab'sok čahb'**	**ca tu (ca) kal**
23	**hun tahab'sok ʔos**	**ox tu (ca) kal**
24	**hun tahab' sok čan**	**can tu (ca) kal**
25	**hun tahab'sok hoʔ**	**ho tu (ca) kal**
26	**hun tahab' sok wak**	**uac tu (ca) kal**
27	**hun tahab'sok huk**	**uuc tu (ca) kal**
28	**hun tahab'sok wašak**	**uaxac tu (ca) kal**
29	**hun tahab'sok b'alun**	**bolon tu (ca) kal**
30	**hun tahab'sok lahun**	**lahun (tu) ca kal**
31	**hun tahab' sok huluč**	**buluc tu (ca) kal**
32	**hun tahab' sok lahčaw**	**lahca tu (ca) kal**
33	**hun tahab' sok ʔoš.lahun**	**ox.lahun tu (ca) kal**
34	**hun tahab' sok čan.lahun**	**can.lahun tu (ca) kal**
35	**hun tahab' sok hoʔ.lahun**	**holhu (tu) ca kal**
36	**hun tahab' sok wak.lahun**	**uac.lahun tu (ca) kal**
37	**hun tahab' sok huk.lahun**	**uuc.lahun tu (ca) kal**
38	**hun tahab' sok wašak.lahun**	**uaxac.lahun tu (ca) kal**
39	**hun tahab' sok b'alun.lahun**	**bolon.lahun tu (ca) kal**
41	**čahb' tahab' sok hun**	**hun tuy ox kal**
42	**cahb' tahab' sok čahb'**	**ca tuy ox kal**
	...	
59	**čahb' tahab' sok b'alun.lahun**	**bolon.lahun tuy ox kal**

Remarque : **sok** "et, avec", **tahab'** "vingt, vingtaine".

Dans ce modèle A, la structure est additive : 27 = "une vingtaine avec 7", 41 = "deux vingtaines avec un". Dans ce modèle B, la structure est ordinale : 27 = "sept vers la (deuxième) vingtaine", 35 = "quinze (vers) la deuxième vingtaine".

9. Classification des numérations ordinales.

1) Typologie a priori des systèmes de numération.

Nous admettons les deux postulats suivants :

P1) il n'existe que deux façons de saisir (et donc d'exprimer) un nombre : soit immédiatement, comme dans une sorte de contemplation intellectuelle, soit en le construisant à partir de nombres antérieurement acquis et exprimables ;

P2) dans le cadre de la mise en signes non-immédiate, le nombre ne peut être construit qu'au moyen de l'un ou l'autre des deux procédés connus suivants : soit par un calcul (mise en oeuvre d'une opération de groupement interprétable en termes d'addition, de multiplication ou d'élévation à une puissance), soit en le repérant, c'est-à-dire en mettant en oeuvre une relation d'ordre ; dans les deux cas, le nombre nouveau est construit à partir de nombres antérieurement saisis.

Plusieurs conséquences résultent plus ou moins trivialement des postulats précédents :

Cl) il n'y a que trois types sémiotiques possibles de numération que nous disons : iconique, arithmétique et ordinal (Cauty, 1984);

C2) quel que soit son type, une numération comporte nécessairement au moins un terme non-construit (primitif);

C3) appelant atome tout terme non-construit, il résulte de cette définition que la valeur numérique d'un atome découle soit d'un processus de reconnaissance immédiate (ou devenue immédiate, subite), soit de la reconnaissance de son rang dans une comptine (c'est-à-dire une liste immuablement ordonnée).

C4) dans une numération iconique, toutes les expressions numériques sont des atomes (évidemment, ils peuvent éventuellement être soumis à une analyse morphologique ou étymologique);

C5) dans les numérations non-iconiques, certains nombres sont des atomes tandis que tous les autres sont exprimés par des composés et, selon les stratégies (ordinales ou cardinales), il pourra ou non y avoir plusieurs types d'atomes (certains pouvant être distingués et servir par exemple d'appui additif ou multiplicatif).

Enfin, nous acceptons les deux constats suivants :

El) selon la nature des moyens matériels utilisés pour la mise en signes du nombre, nous distinguons trois principaux types sémiologiques de numération que nous disons : technique (ou figurative), écrite et parlée ;

E2) une numération donnée est le propre d'une communauté et d'une époque ; en première approximation, il convient de distinguer au moins les communautés "savante" et "populaire", et du point de vue diachronique, l'état naissant, l'état institutionnalisé et l'état pratique (pour la définition de ces trois états, cf. Cauty, "Tropes et figures du discours mathématique", *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 5-1, Grenoble : La pensée sauvage, 1984).

Un bon descripteur semble pouvoir résumer simplement ces deux variables : la capacité générative du système (c'est-à-dire le plus grand nombre qu'il permet de mettre en signes).

Les données précédentes (postulats, conséquences, constats) permettent de dresser le tableau suivant :

TYPE SEMIOTIQUE	TYPE SEMIOLOGIQUE	TYPE SITUATIONNEL	
		Communauté	Etat
iconique	*parlé*	*savante*	*naissant*
ordinal	*technique*	*populaire*	*institution*
arithmétique	*écrit*		*pratique*

Remarques.

Il conviendrait évidemment de préciser encore les principaux sous-types sémiotiques, sémiologiques et situationnels. Disons simplement que les numérations iconiques peuvent être de deux types selon que les nombres sont mis en signes un à un (sous-type sporadique) ou au contraire tous ensemble (sous-type global), et que les numérations arithmétiques peuvent se diviser classiquement en sous-types additif, multiplicatif, parenthésé, puissance, polynômial et positionnel. Nous préciserons plus loin les sous-types principaux de numération ordinale.

La distinction *sémiologie/sémiotique* n'est pas toujours clairement définie. Nous suivrons sur ce point la terminologie proposée par E. Benveniste et reprise par Culioli et Desclés (1979).

Tout système ayant la propriété d'être signifiant se caractérise par plusieurs points :

1) son mode opératoire (manière dont il agit sur les sens de la perception) ;
2) son domaine de validité (domaine où le système s'impose) ;
3) son vocabulaire terminal (nombre et nature des atomes) ;
4) sa grammaire (ensemble des règles déterminant le mode de fonctionnement).

Les deux premiers caractères fournissent les conditions externes empiriques du système; les deux derniers fournissent les conditions internes.

Ce sont les caractères internes que nous qualifions de sémiotiques, par opposition aux caractères externes qui sont dits sémiologiques.

"Un système sémiotique est donc un système abstrait qui, mis en pratique (par un mode opératoire et un domaine de validité fixant sa finalité), devient un système sémiologique".

2) Typologie des numérations ordinales.

2.1 Les listes non-systématiques.

Les noms d'enfants australiens et l'énumération gestuelle des Papous ne sont pas à proprement parler des systèmes de numération puisqu'aucun nombre n'est saisi à partir de nombres antérieurement acquis. Cependant, *l'abstraction pré-numérique et l'énumération gestuelle* sont des modes de mise en signes qui relèvent d'une rationalité ordinale ou tout au moins, pré-ordinale.

Du point de vue numérique, ces listes sont des comptines et sont susceptibles de servir d'instrument de comptage. Il convient donc de les inclure dans la famille des numérations ordinales ou pré-ordinales.

2.2 Les systèmes de numération ordinales.

Nous distinguons trois sous-types sémiotiques. En effet, si l'on se rappelle que le type ordinal est caractérisé par la présence dans le vocabulaire terminal d'un système de repérants, et par l'existence de règles de composition qui mettent en oeuvre le principe ordinal, les expressions composées ne peuvent être formées a priori qu'en vision de postériorité ou en vision d'antériorité.

Il convient encore de souligner que toute relation d'ordre renvoie nécessairement à sa réciproque (cf. les antonymies avant/après, haut/bas, etc.) ; et, qu'en conséquence, tout nombre x saisi en vision ordinale se trouve nécessairement situé par rapport à deux repères : l'un qui précède x et l'autre qui suit x. Soient A et B ces deux repères, on : $A < x < B$.

La saisie de x, c'est-à-dire son repérage, est achevée lorsque se trouvent précisées ses distances par rapport aux repères A et B. Notons a la distance Ax et b la distance xB. A priori, la mise en signes ne peut se faire que de l'une ou l'autre des quatre manières suivantes :

1) nommer A et utiliser la distance a;
2) nommer B et utiliser la distance b;
3) nommer B et utiliser la distance a;
4) nommer A et utiliser la distance b.

Les cas 3) et 4) ne sont théoriquement possibles qu'en raison des propriétés de la structure de l'ensemble des repérants : l'évocation du repérant A (respectivement, B) doit suffire à déclencher celle de l'autre, c'est-à-dire B (respectivement, A).

Notons que le cas 4) est a priori très improbable puisqu'il suppose une double anticipation qui le rend doublement coûteux : il s'agit, en effet, de nommer A mais en utilisant le repérant B, c'est-à-dire en anticipant le repérant B plus grand que x.

Nous pouvons remarquer que le cas 4) n'est attesté, à notre connaissance, par aucune langue maternelle. Nous pouvons donc l'éliminer de la classification et ne retenir que les trois premières possibilités.

D'où le bilan suivant :

Il existe trois sous-types sémiotiques de numération ordinale :

1) les numérations en vision de postérité (cas 1) ;
2) les numérations en vision d'antériorité directe (cas 2) ;
3) les numérations en vision d'antériorité réflexive (cas 3).

Remarques

Le sous-type 1 (postériorité) ne peut être distingué d'une numération arithmétique de type additif que par l'analyse du relateur puisqu'il s'agit de distinguer les structures :

$x = O(A,a)$ = "A dépassé de a", où O désigne une relation d'ordre ;
$x = Op(A,a)$ = "A et a", où Op désigne une opération d'addition.

Le sous-type 2 (antériorité directe) ne peut être distingué d'une numération arithmétique de type soustractif que par l'analyse du relateur puisqu'il s'agit de distinguer les structures :

$x = O^{-1}(B,b)$ = "à b de B", où O^{-1} représente l'ordre réciproque de O;
$x = Op^{-1}(B,b)$ = "b ôté de B", où Op^{-1} désigne une soustraction.

Le sous-type 3 (antériorité réflexive) ne peut jamais être confondu avec une numération de type arithmétique car il n'existe pas, du moins en général, d'opérations simples permettant d'obtenir x à partir des arguments a et B (par exemple 35 à partir de 15 et 40, comme en yucatèque, ou 6 à partir de 1 et 10, comme en andoke).

Nous distinguons différents sous-types sémiologiques à partir des deux critères suivants : a) la nature grammaticale du relateur (marquant la relation d'ordre), et b) l'ordre des constituants dans l'expression numérique composée.

En ce qui concerne le critère a), nous avons relevé jusqu'à ce jour l'utilisation des marqueurs suivants :

1) le tactème d'ordre, par exemple dans **ox-lahun** = "3,10" en yucatèque;

2) le possessif de troisième personne, comme dans les exemples mayas;

3) l'emploi d'une préposition ou d'un cas, comme l'allatif en andoke ou encore la préposition **dē** en latin (18 = **duo-dē-vīgintī**);

4) divers procédés rhétoriques, par exemple la métaphore en tatuyo portée par le sémantisme du verbe "sauter" (pour la formation des nombres de six à neuf).

En ce qui concerne le critère b), nous avons relevé jusqu'à présent, et pour les seules numérations ordinales en vision d'antériorité réflexive, les ordres suivants :

1) *a*OB : yucatèque 21 = **hun-tu-ca-kal** ="1 vers 2.<u>20</u>"

2) BO*a* : andoke 6 = **kuʔsi-hako-domi-ka ʌisidé** = "<u>10</u>-vers 1"

3) B*a*O : tatuyo 6 = **ápè-˜wabó-rè-˜híká-a-˜pédì-ro-˜kádáká** = "<u>10</u> 1-sautant"

4) *a*BO : panare 6 = **titesa eñe-katoy-to** ="1 10-pour" (l'analyse de cet exemple est encore problématique)

5) Par contre, nous n'avons rencontré aucun exemple qui suivrait l'ordre dit des "notations polonaises", c'est-à-dire plaçant en tête le relateur ou l'opérateur : 0*a*B, OB*a*. Cette "conspiration de la nature" pourrait bien refléter quelque loi générale.

Nous n'avons pas exploité jusqu'à ce jour l'analyse des sous-types situationnels, et nous proposons en première approximation de distinguer 1) les numérations de capacité générative inférieure à vingt, 2) les numérations de capacité inférieure à quatre cents, et 3) les numérations de capacité supérieure à huit mille (en supposant que vingt soit un nombre d'appui privilégié des numérations considérées).

Avec ces conventions, la numération panaré serait de sous-type situationnel 1, la numération andoke serait de type 2, et la numération maya (yucatèque) serait de type 3.

Tableau récapitulatif (numérations ordinales)

SOUS-TYPE SEMIOTIQUE	SOUS- TYPE SEMIOLOGIQUE	SOUS-TYPE SITUATIONNEL
postériorité *antériorité directe* *antériorité réflexive*	a) selon la nature du relateur exprimant l'ordre : *. sans relateur explicite* *. cas ou préposition* *. possessif 3° personne* *. autres (métaphore...)* b) selon l'ordre des constituants : *aOB, BOa, BaO, aBO*	capacité : a) *de l'ordre de vingt* *de l'ordre de 400* *supérieure à 8 000*

BIBLIOGRAPHIE

BESADA, M. (1984) : Communication personnelle.

BRUNSCHVICG, L. (1911) : *Les étapes de la philosophie mathématique*, Blanchard (1981), Paris.

CAGNAC, G. & THIBERGE, L. (1956) : *Arithmétique*, Masson, Paris.

CAUTY, A. (1984) : "Taxinomie, syntaxe et économie des numérations parlées", *Amerindia*, n° 9, A.E.A., Paris.

(1986) : "Contribution ethno-arithmétique à l'histoire des sciences à propos de la numération maya", *Sciences et techniques en perspective*, Université de Nantes, Nantes.

CULIOLI, A. & DESCLES, J.P. (1979) : *Systèmes de représentations linguistiques et métalinguistiques*, Université de Paris VII, Paris.

GOMEZ, E. (1982) : *De la forme et du sens dans la classification nominale en tatuyo (langue Tukano orientale d'Amazonie colombienne)*, thèse de 3° cycle, Université de Paris IV, E.P.H.E., Paris.

GREENBERG, J. (1978) : "Generalizations about numeral systems", *Universals of Human Languages*, Standford University Press.

GUITEL, G(1975) : *Histoire comparée des numérations parlées*, Flammarion, Paris

HARRIS, P. (1984) : Communication personnelle.

HOFF, B.J. (1968) : *The Caribe language. Phonology, morphonology, morphology, texts and word index*, N.V. de Nederlandsche boek- en steendrukkerij V/H H.L. Smits 'S-Gravenhage.

IFRAH, G. (1981) : *Histoire universelle des chiffres*, Seghers, Paris.

LANDABURU, J. (1979) : *La langue des andoke (Amazonie colombienne)*, Société d'Études Linguistiques et Anthropologiques de France, Paris.

PIAGET, J. & SZEMINSKA, A. (1941) : *La genèse du nombre chez l'enfant*, Delachaux et Niestlé (1967), Neuchâtel.

SEIDENBERG, A. (1960) : "The diffusion of counting practices", *University of California Publications in Mathematics*, vol. 3 n° 4, University of California Press, Berkeley.